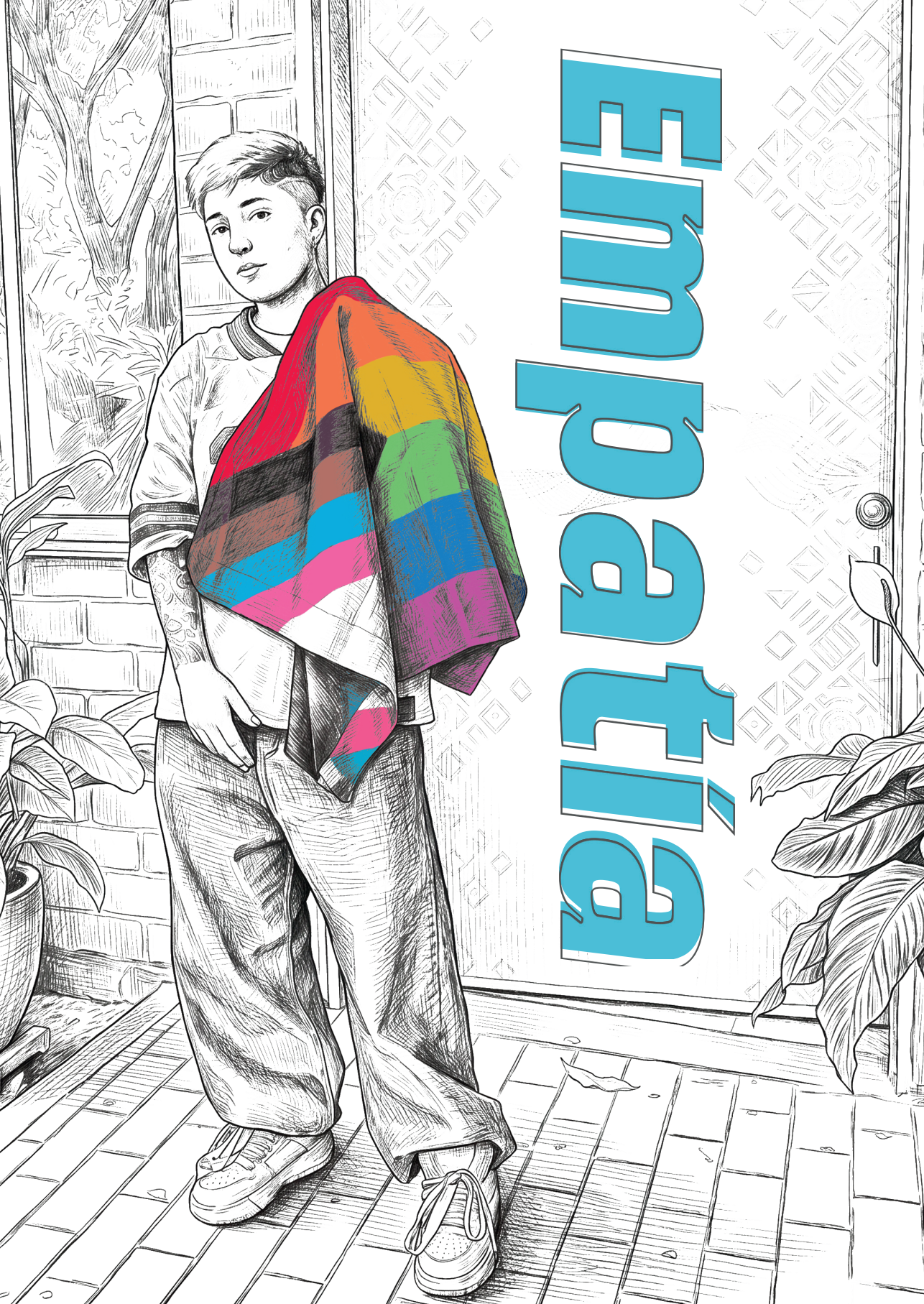


Empatie



Pensamiento Variacional y Aprendizaje Basado en Problemas: Revisión Sistemática¹

Variational Thinking and Problem-Based Learning: a Systematic Review

Pensamento Variacional e Aprendizagem Baseada em Problemas: Revisão Sistemática

Autores:

Victor Alfonso Pérez Salamanca²

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-7413-1770>

Agustín Lagunes Domínguez³

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8101-154X>

Recibido: 30/10/2025

Aprobado: 26/08/2026

DOI: 10.53995/rsp.v18i2.2054

Resumen

La investigación consistió en una revisión sistemática de estudios científicos cuyo objetivo era analizar el impacto del aprendizaje basado en problemas en el desarrollo del razonamiento variacional en la enseñanza secundaria. Este artículo expone la persistencia de dificultades en la comprensión matemática, especialmente en la interpretación de las relaciones de variación, lo que pone de manifiesto la necesidad de estrategias pedagógicas orientadas a la construcción del pensamiento funcional. El enfoque metodológico se sustentó en el seguimiento de los criterios establecidos por la declaración PRISMA, lo que permitió una selección rigurosa y un análisis crítico de la producción académica disponible en bases de datos especializadas. Los resultados muestran que el aprendizaje basado en problemas, al integrarse con herramientas digitales, favorece los procesos activos de aprendizaje y refuerza la comprensión de los conceptos matemáticos, consolidándose como una estrategia pedagógica eficaz.

¹ Artículo de investigación.

² Licenciado en Matemáticas, Universidad del Cauca - Colombia; Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia - Colombia; Doctor en Educación y Estudios Sociales, Tecnológico de Antioquia - Institución Universitaria. victor.perez@ievviladelacandelaria.edu.co, vicalpe969@gmail.com

³ Doctor en Sistemas y Ambientes Educativos, Universidad Autónoma de Madrid; Director de Investigación, Universidad Veracruzana. aglagunes@uv.mx

Este artículo se publica en acceso abierto bajo los términos de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0).

Palabras clave: aprendizaje basado en problemas, educación secundaria, pensamiento matemático, razonamiento matemático, tecnología educativa.

Abstract

The research consisted of a systematic review of scientific studies aimed at analyzing the impact of Problem-Based Learning on the development of variational reasoning in secondary education. The article was based on the existence of persistent difficulties in mathematical understanding, particularly in interpreting relationships of variation, which highlighted the need for teaching strategies aimed at developing functional thinking. The methodological approach was carried out in accordance with the criteria established by the PRISMA statement, which allowed for a rigorous selection and critical analysis of the academic literature available in specialized databases. The results showed that Problem-Based Learning, when integrated with digital tools, promoted active learning processes and reinforced the understanding of mathematical concepts, establishing itself as an effective pedagogical strategy.

Keywords: educational technology, mathematical reasoning, mathematical thinking, Problem-Based learning, secondary education.

Resumo

A investigação consistiu numa revisão sistemática de estudos científicos cujo objetivo era analisar o impacto da aprendizagem baseada em problemas no desenvolvimento do raciocínio variacional no ensino secundário. O artigo baseou-se na existência de dificuldades persistentes na compreensão matemática, especialmente na interpretação das relações de variação, o que evidenciou a necessidade de estratégias pedagógicas orientadas para a construção do pensamento funcional. A abordagem metodológica foi realizada seguindo os critérios estabelecidos pela declaração PRISMA, o que permitiu uma seleção rigorosa e uma análise crítica da produção académica disponível em bases de dados especializadas. Os resultados revelaram que a aprendizagem baseada em problemas, ao integrar-se com ferramentas digitais, favoreceu os processos ativos de aprendizagem e reforçou a compreensão dos conceitos matemáticos, consolidando-se como uma estratégia pedagógica eficaz.

Palavras-chave: aprendizagem baseada em problemas, ensino secundário, pensamento matemático, raciocínio matemático, tecnologia educativa.

Introducción

La revisión inicial de la literatura académica confirma que el pensamiento variacional constituye un componente esencial del juicio lógico, importancia respaldada por la normativa del Ministerio de Educación Nacional (MEN), específicamente dentro de sus lineamientos curriculares en Matemáticas (1998) y en los derechos básicos de aprendizaje (DBA) (2015). En este contexto normativo, dicha modalidad de razonamiento guarda una relación directa con las competencias numéricas y las estructuras algebraicas que permite al educando interpretar, convertir y aplicar diversos sistemas semióticos, tales

como arreglos en tablas, representaciones en el plano cartesiano y formulaciones de ecuaciones. De igual forma, posee un carácter interdisciplinar, dado que articula los razonamientos métricos, geométricos y de causalidad para potenciar la comprensión de los fenómenos de transformación y de la organización de relaciones funcionales en el entorno pedagógico.

Por otra parte, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES, 2022a) ha definido niveles de logro que permiten el seguimiento del progreso en las destrezas matemáticas. En las etapas de desarrollo cognitivo superior, se busca que el estudiantado sea capaz de representar situaciones problemáticas de alta complejidad mediante el uso de notación algebraica y el reconocimiento de cambios entre variables. Estas competencias resultan fundamentales para el fortalecimiento del razonamiento matemático de alto nivel, particularmente en actividades que exigen una significativa capacidad de síntesis y rigor lógico.

En el campo de la investigación pedagógica, el razonamiento covariacional se erige como el eje central del pensamiento variacional. Esta habilidad supone que el individuo logra integrar mentalmente el movimiento de múltiples variables de manera concurrente, comprendiendo la aceleración y el efecto mutuo entre estas. Este proceso cognitivo constituye la base indispensable para que el estudiante acceda de forma óptima a los conceptos formales del álgebra y el cálculo en el ciclo de educación media.

Al contrastar estas bases teóricas con la realidad nacional, los informes de la estrategia Evaluar para Avanzar (ICFES) revelan disparidades significativas en las competencias de razonamiento entre regiones, destacándose el caso de Medellín (Tabla 1). Estas brechas enfatizan la urgencia de revitalizar las metodologías de enseñanza centradas en la variación. El objetivo no es solo optimizar los indicadores en evaluaciones estandarizadas, sino facultar a los estudiantes para que resuelvan desafíos reales basados en el análisis de fluctuaciones y relaciones de dependencia.

Tabla 1

Número de respuestas correctas por competencias en Matemáticas, 2023

Competencia	ETC: Colombia		ETC: Medellín	
	Números de respuestas correctas	Porcentaje	Números de respuestas correctas	Porcentaje
Comunicación	3 387 337	32.79 %	115 454	32.96 %
Razonamiento	3 178 760	30.77 %	108 112	30.87 %
Resolución de problemas	3 765 404	36.45 %	126 681	36.17 %
Total	10 331 501	100 %	350 247	100 %

Nota. *Elaborada a partir de los resultados del año 2023 en los grados 6.º a 8.º de la estrategia Evaluar para Avanzar 3º a 11º.*

Para abordar los desafíos propios de la evolución del pensamiento de cambio, ha surgido el aprendizaje basado en problemas (ABP) como una metodología esencial que estimula funciones cognitivas complejas. Este modelo facilita que el estudio examine situaciones reales, detecte patrones y estructure nexos funcionales mediante la formulación de supuestos.

Asimismo, la literatura científica insiste en que cimentar el razonamiento algebraico desde edades tempranas es un requisito para el progreso del pensamiento variacional en ciclos posteriores. Zapatera-Llinares (2022) afirma que las propuestas didácticas deben centrarse en que el estudiante identifique configuraciones matemáticas y represente vínculos entre variables. Desde la misma premisa, Bayona-Sánchez (2021), junto con Cabezas y Mendoza (2016), demuestran que asimilar modelos matemáticos de forma prematura simplifica la aplicación de la lógica algebraica a eventos dinámicos, garantizando un dominio conceptual más robusto en la educación media.

Ahora, dentro de esta estructura educativa, el respaldo tecnológico se consolida como un motor de cambio fundamental. Al respecto, Ligarretto-Feo (2021) afirma que los recursos digitales han transformado la práctica pedagógica, fomentando procesos de aprendizaje basados en la reflexión. Esta idea es complementada por investigadores como Hwang y Utami (2024) y Petronzi *et al.* (2024), quienes enfatizan que el uso estratégico de la tecnología no solo potencia la comprensión de conceptos teóricos, sino que también facilita la regulación emocional del estudiante al enfrentarse a desafíos matemáticos complejos. En esta misma línea, Gracia-Obando (2018) y Rodríguez-González (2017) confirman que una mediación tecnológica planificada favorece significativamente la adquisición de competencias variacionales.

Por su parte, Copado-Rodríguez (2024) recalca que la educación en modalidades virtuales posee una trayectoria consolidada en la aplicación de estrategias digitales orientadas a mejorar los resultados de aprendizaje; sin embargo, esta evolución está sujeta a parámetros de evaluación internacionales. Al respecto, Demarchi-Sánchez (2020) sostiene que las pruebas estandarizadas globales operan como dispositivos de análisis comparativo que facilitan el examen del rendimiento académico entre poblaciones estudiantiles de diversas regiones, estableciendo así indicadores precisos sobre la eficacia de los sistemas educativos.

Ahora bien, para que estas innovaciones tengan un impacto real, es imperativo atender la dimensión del estudiante. Solorio-Pérez (2021) afirma que identificar las barreras de aprendizaje manifestadas por los propios alumnos es un paso crucial para el diseño de intervenciones pedagógicas efectivas. De acuerdo con el autor, este conocimiento no solo contribuye a disminuir los índices de reprobación y abandono escolar, sino que además asegura un desarrollo académico integral y equitativo para todo el estudiantado.

En el panorama educativo actual, la inteligencia artificial (IA) ha incrementado la capacidad de procesar datos complejos. Román-Acosta *et al.* (2024) explican que estas tecnologías inteligentes agilizan la detección de correlaciones en grandes volúmenes de información, ayudando a robustecer la producción de conocimiento científico. Esta

visión coincide con lo expuesto por Copado-Rodríguez (2024), quien señala que la enseñanza virtual ha legitimado entornos mediadores que enriquecen la construcción de significados.

No obstante, la efectividad de una propuesta didáctica no radica en el recurso, sino en una estructuración pedagógica profunda. Violante (2018) considera la enseñanza como un saber práctico que requiere un autoanálisis crítico constante, donde cada acción educativa responde a una decisión intencional. En definitiva, fortalecer el pensamiento variacional demanda un diagnóstico del entorno y una selección de problemas que invitan a la indagación y la argumentación.

Finalmente, el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (2003) advierte que la tecnología redefine tanto la exposición de contenidos como su aplicación práctica. Esta tendencia se acentuó tras la crisis sanitaria, cuando, según Guerrero *et al.* (2021), el ABP se consolidó como el pilar para la edificación activa del saber matemático. Incluso, en contextos de inclusión, Ortiz-Flórez *et al.* (2026) precisan que la labor docente debe basarse en un enfoque investigativo que reconozca la neurodiversidad y los ritmos particulares de aprendizaje. Desde estas consideraciones, el presente estudio analiza de qué manera el ABP impulsa el pensamiento variacional y las destrezas matemáticas en el nivel de secundaria.

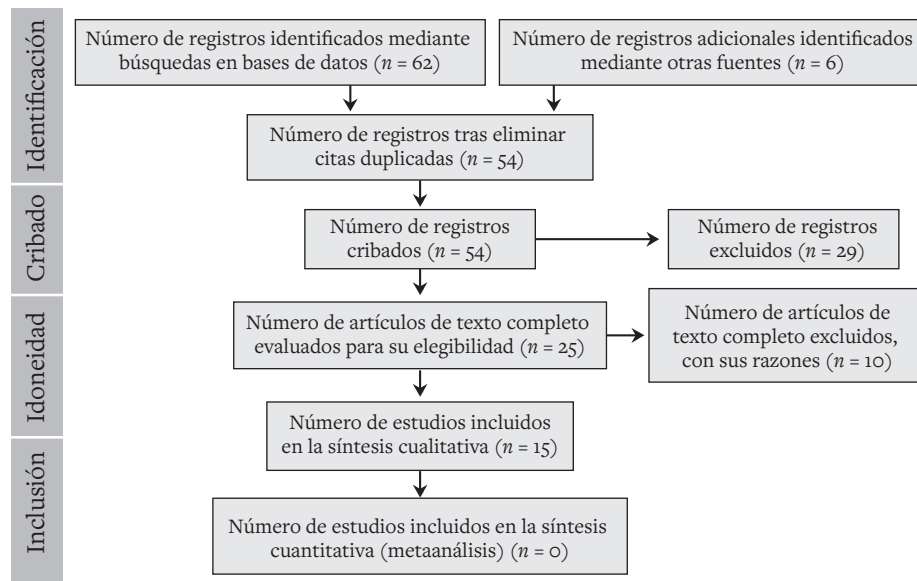
Metodología

Con el objetivo de examinar el panorama educativo colombiano e identificar las estrategias didácticas que fomentan el razonamiento variacional mediante el ABP, el presente estudio se desarrolló bajo el rigor de una revisión sistemática de literatura. Este proceso se define como un protocolo organizado y verificable diseñado para la recolección y el análisis crítico de evidencia científica. Bolio-Couoh (2020) sostiene que este tipo de indagación fortalece las bases conceptuales en el ámbito de la educación matemática, puesto que la integración de evidencias teóricas y empíricas confiere una mayor legitimidad y solidez a las prácticas pedagógicas contemporáneas.

La ejecución de este rastreo bibliográfico se rigió por los estándares del protocolo PRISMA, esquema que garantiza la trazabilidad y objetividad en la selección del corpus documental. En este contexto, Page *et al.* (2021) proponen una secuencia lógica que fue integrada en este estudio para administrar el flujo de información: tras el tamizaje basado en los parámetros de inclusión y exclusión, se descartaron 29 trabajos, lo que limitó la fase de lectura integral a 25 artículos; posteriormente, el proceso de síntesis cualitativa se enfocó en 15 investigaciones que superaron los filtros de pertinencia y rigor técnico. Es preciso señalar que, tras el diagnóstico de la muestra final, se confirma que ningún documento poseía las condiciones requeridas para un tratamiento de metaanálisis (Figura 1).

Figura 1

Diagrama PRISMA del proceso de selección



Nota. Adaptado de PRISMA 2009 Diagrama de Flujo, por PRISMA Executive, 2009 (BVSODON, 2022).

A pesar del rigor del estudio, se identificó una restricción intrínseca vinculada a la diversidad lingüística de la producción científica. Al respecto, Sánchez-Martín *et al.* (2022) advierten que, aunque limitar el idioma puede introducir un sesgo de selección, resulta inviable procesar la totalidad de lenguas presentes en el ecosistema académico global. Así pues, con el fin de reducir este impacto, la búsqueda se limitó a trabajos en inglés y español, asegurando así, a la vez, una muestra documental representativa y con validez científica.

En lo referente a la depuración del corpus, los parámetros de inclusión se orientaron a capturar investigaciones teóricas y aplicadas que examinaran de forma directa el vínculo entre el pensamiento variacional y el ABP en entornos de escolaridad. De este modo, se integraron diversos formatos de publicación, tales como artículos de revistas indexadas, tesis doctorales y monografías especializadas que proporcionaran datos empíricos o bases conceptuales sólidas. Por su parte, los criterios de exclusión permitieron descartar aquellos trabajos que carecían de una metodología verificable o cuyo enfoque no fuera estrictamente educativo, lo que garantiza la coherencia y pertinencia de la síntesis final (Tabla 2).

Tabla 2
Criterios de elegibilidad para la selección documental

Criterios	Descripción
Criterios de exclusión	Investigaciones de carácter científico (artículos de revistas indexadas, monografías y tesis doctorales) que examinan el vínculo entre el modelo ABP y el razonamiento variacional. Se integraron textos en lengua inglesa y española que aportaran evidencia sobre la validez de la estrategia didáctica en el nivel de secundaria, priorizando hallazgos vinculados a la hipótesis de estudio.
Criterios de inclusión	Manuscritos cuya temática central no guarda una relación directa con los objetivos del análisis. Se descartaron documentos que omitieran la integración limpia entre la metodología activa y las competencias matemáticas de variación en contextos escolares, así como trabajos con deficiencias en la trazabilidad metodológica.

La etapa de análisis se desarrolló mediante una revisión exhaustiva, la organización por ejes temáticos y el contraste conceptual de los documentos, empleando matrices de categorización para el registro de datos. Con el fin de certificar el rigor científico de la muestra, se utilizó la escala Newcastle-Ottawa en conjunto con los estándares de desempeño del ICFES. Efectivamente, este cruce evaluativo permitió determinar con precisión la pertinencia y la robustez de las evidencias recolectadas.

Para asegurar la trazabilidad del estudio, la exploración bibliográfica integró motores de búsqueda especializados como Scopus, ProQuest y EBSCO (ERIC). De este modo, siguiendo las pautas del protocolo PRISMA, este se ejecutó en ecuaciones de búsqueda bilingües aplicadas a títulos, descriptores y resúmenes de literatura indexada y registros institucionales. Este despliegue metodológico permitió consolidar la base científica que sustenta la investigación.

En cuanto al diagnóstico de origen, los datos de la estrategia Evaluar para Avanzar revelaron que el estudiantado presenta un rezago significativo en competencias de razonamiento frente a otras áreas evaluadas. Dicho escenario impulsó la adopción del ABP, asumiendo que esta metodología dinámica robustece el pensamiento matemático mediante el abordaje de situaciones reales. En consecuencia, el estudio sostiene que aplicar una estrategia de ABP en el grado décimo potencia el razonamiento variacional al focalizarse en el dominio de estructuras algebraicas y analíticas. Tal como se ha planteado en el marco referencial, este enfoque estimula la capacidad crítica ante problemas específicos, derivando en un entendimiento superior de los conceptos matemáticos.

Finalmente, el proceso interpretativo concluyó que la sinergia entre el modelo ABP y la mediación tecnológica incide favorablemente en el pensamiento lógico. Este resultado ratifica que dicha integración es un catalizador para el desarrollo variacional, convirtiéndose en un insumo clave para las determinaciones pedagógicas derivadas de este estudio.

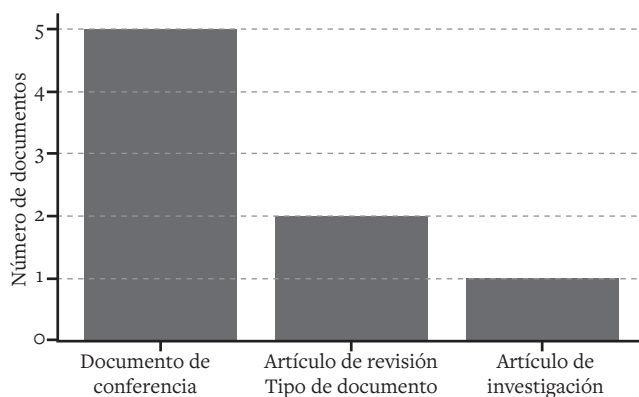
Resultados y discusión

Tras ejecutar el rastreo bibliográfico en la base de datos Scopus, enfocando la exploración en los campos de metadatos (título, resumen y palabras clave), se recuperaron ocho trabajos científicos que vinculan directamente el razonamiento de cambio con el modelo ABP. La estrategia de búsqueda se fundamentó en la sintaxis: TITLE-ABS-KEY (pensamiento AND variacional) OR TITLE-ABS-KEY (variational AND thinking) AND TITLE-ABS-KEY (aprendizaje AND basado AND en AND problemas) OR TITLE-ABS-KEY (problem AND based AND learning). El empleo de estos operadores booleanos y términos bilingües aseguró una compilación exhaustiva de la literatura especializada, permitiendo un mapeo integral de las contribuciones académicas en ambos idiomas.

Respecto a la tipología documental, los resultados revelan una concentración significativa en las memorias de congresos, las cuales suman cinco registros y constituyen el 62.5 % del corpus identificado. Por otra parte, se localizaron dos artículos de revisión (25 %) y un único artículo original de investigación (12.5 %). Esta configuración de la muestra sugiere que la convergencia entre el pensamiento variacional y el ABP se encuentra aún en una etapa de consolidación, siendo socializada sobre todo en espacios de difusión académica inicial y eventos científicos (Figura 2).

Figura 2

Distribución de documentos identificados por tipo de publicación



Nota. Los datos corresponden a los documentos recuperados en la base de datos Scopus mediante la recopilación de archivos aplicados en los campos de título, resumen y palabras clave (TITLE-ABS-KEY).

Ahora bien, desde una perspectiva metodológica, la predominancia de ponencias y memorias de eventos académicos sugiere que la investigación sobre el pensamiento variacional mediante el modelo de ABP se encuentra aún en fase de desarrollo inicial, situación que resalta la urgencia de fomentar estudios de carácter empírico y profundizar en revisiones sistemáticas que proporcionen un soporte epistemológico y operativo más sólido a esta disciplina.

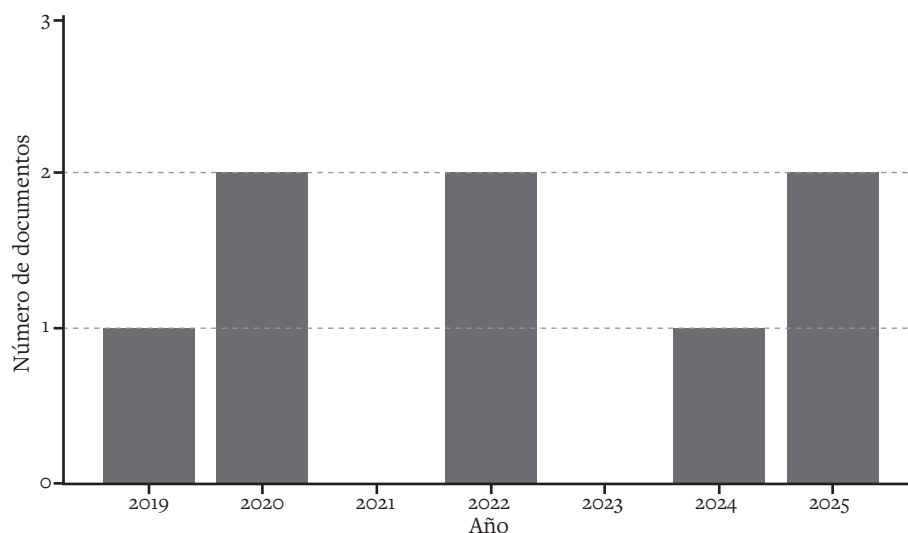
Al respecto, Echavez y Montero (2026) sostienen que las evidencias recolectadas en investigaciones invitan a una introspección crítica sobre la labor docente. Los autores argumentan que la persistencia de enfoques tradicionales en el aula de clase suele actuar como un factor determinante en la desmotivación del estudiantado, generando un ambiente de apatía y falta de interés por el conocimiento.

En este contexto de transformación, Cabrera-Columbié *et al.* (2024) señalan que la comunidad académica mantiene una búsqueda constante de metodologías innovadoras, necesidad que surge ante el vertiginoso avance de las tecnologías de la información y las comunicaciones y el imperativo de que los futuros profesionales perfeccionen el pensamiento espacial y la visualización. Según los autores, estas facultades son esenciales para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en plataformas virtuales, superando las limitaciones de los métodos convencionales.

A partir del corpus documental seleccionado, se examina la cronología de la producción científica para determinar los patrones temporales en la divulgación de trabajos sobre el pensamiento variacional y el ABP. Este escrutinio facilita la identificación de los ciclos con mayor productividad investigativa, permitiendo trazar la trayectoria de las prioridades académicas en este campo durante el periodo 2019-2025 (Figura 3).

Figura 3

Distribución anual de los documentos identificados en la base de datos Scopus



Nota. Cifras obtenidas de la base de datos Scopus, utilizando Python en Google Collaboratory para la visualización gráfica.

Como se ilustra en la figura 3, la generación de conocimiento científico en este campo no ha seguido un patrón de crecimiento lineal: se evidencian picos de mayor densidad investigativa en los años 2020, 2022 y 2025, los cuales contrastan con periodos

de nula producción en 2021 y 2023. Esta intermitencia en las publicaciones refleja que la convergencia entre el mecanismo de cambio y el modelo ABP, como se ha dicho, está en una etapa de desarrollo incipiente. Más que una línea de estudio madura y continua, los datos apuntan a aproximaciones fragmentadas y esfuerzos investigativos puntuales que aún no logran una estabilidad temporal.

Posteriormente, durante la fase de selección cualitativa, se priorizaron los artículos que ofrecían aportes sustanciales para desentrañar el nexo entre el ABP, el uso de herramientas digitales y la evolución del pensamiento variacional en el nivel de secundaria (Tabla 3). En consecuencia, el examen de los estudios se centró en sus propósitos, rutas metodológicas y hallazgos clave. Este procedimiento de análisis comparativo permitió detectar tanto las convergencias pedagógicas como las disparidades en las tácticas docentes, con el objetivo de consolidar estrategias que efectivamente potencien el aprendizaje matemático.

Tabla 3
Artículos seleccionados sobre pensamiento variacional, ABP y uso de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas

Autores	Año	Enfoque temático	Tipo de documento
Amador-Terrón <i>et al.</i>	2022	Integración de robótica en la enseñanza matemática: perspectiva de docentes en formación inicial	Artículo científico
Arellano-García <i>et al.</i>	2021	Análisis de la complejidad semántica y lingüística en el diseño de problemas para bachillerato	Artículo científico
Bojórquez-Gutiérrez <i>et al.</i>	2021	Caracterización de patrones en el pensamiento covariable de estudiantes de ingeniería	Artículo científico
Cabezas y Mendoza	2016	Emergencia del pensamiento variacional en procesos de aprendizaje de cálculo inicial	Artículo científico
Mateus-Nieves y Moreno	2021	Propuesta didáctica para el pensamiento variacional en nociones preliminares de cálculo	Artículo científico
Gracia-Obando	2018	Potenciación del pensamiento variacional mediante el uso de GeoGebra y sistemas algebraicos	Tesis de posgrado
Ordóñez-Ortega <i>et al.</i>	2019	Mediación con manipuladores virtuales y baldosas algebraicas en el desarrollo variacional	Artículo científico

Autores	Año	Enfoque temático	Tipo de documento
Ladino-Guarumo	2018	Estrategia didáctica para sistemas algebraicos en contextos de instituciones indígenas	Tesis de posgrado
Mudrikah	2022	Mejora de la resolución de problemas y disposición matemática mediante ABP y kits didácticos	Artículo científico
Dwikoranto <i>et al.</i>	2023	Validación de módulos instruccionales basados en ABP y e-books para habilidades resolutivas	Acta de congreso
Hwang y Utami	2024	Generación de problemas matemáticos contextualizados mediante IA (GPT) y reconocimiento auténtico	Artículo científico
Ortega-Ruipérez y Asensio	2021	Validación de instrumentos para medir el pensamiento computacional vía resolución de problemas	Artículo científico
Ortiz y Hernández	2023	Aplicaciones educativas móviles como mediadoras en el modelo de ABP	Artículo científico
Marcinauskas <i>et al.</i>	2024	Estudio comparativo: ABP frente a la enseñanza tradicional en física	Artículo científico
Villa-Ochoa y Tavera	2019	Análisis de la covariación en textos universitarios de precálculo: enfoque en razones trigonométricas	Artículo científico

La literatura analizada ofrece una visión integral sobre la relevancia del ABP y la integración digital en el robustecimiento de las facultades vinculadas al pensamiento variacional. En esta línea, Amador-Terrón *et al.* (2022) examinaron las percepciones de docentes en formación sobre la enseñanza matemática apoyada en la robótica. Sus resultados indican que el profesorado de primaria identifica en la robótica educativa un recurso polivalente para la instrucción. Tras analizar cualitativamente las experiencias de 59 estudiantes con el kit WeDo 2.0, los autores concluyen que se valora su capacidad motivadora y su utilidad didáctica, aunque persisten desafíos logísticos para su ejecución efectiva.

Por su parte, Arellano-García *et al.* (2021) sugieren que existen procesos de resolución de problemas verosímiles en los estudiantes, si bien advierten que los datos actuales impiden un diagnóstico concluyente sobre el razonamiento empleado en las secuencias propuestas. Resulta imperativo determinar si los participantes proyectan el objetivo final desde el inicio o si la complejidad de sus planteamientos emerge de su experiencia previa en el aula. Asimismo, Bojórquez-Gutiérrez *et al.* (2021) analizaron a estudiantes con niveles de pensamiento promedio, hallando que estos logran identificar el llenado de recipientes cilíndricos en representaciones gráficas; no obstante, tienden a confundir la linealidad con un ritmo de llenado constante, justificando erróneamente la covarianza lineal a través de la constancia en la altura.

En cuanto a la transición hacia el cálculo, Cabezas y Mendoza (2016) observaron que el estudiante utiliza terminología variacional correcta (variables, funciones, crecimiento), pero su argumentación es preponderantemente visual. Los autores destacan que, al transitar hacia la formalización algebraica, la comprensión dinámica disminuye, reduciéndose a descripciones discretas de estados sin una conexión profunda funcional. De manera complementaria, Mateus-Nieves y Moreno (2021) detallan una intervención en educación básica que fomenta la generalización mediante la modelación. Sus resultados ratifican que los problemas contextualizados mejoran la interpretación funcional y recomiendan una transición guiada entre los registros verbal, tabular y gráfico.

Desde la mediación tecnológica, Gracia-Obando (2018) demuestra cómo el uso del *software* GeoGebra desarrolla el reconocimiento de variables y la resolución de problemas de optimización, incluso sin el uso formal de derivadas. En sintonía, Ordóñez-Ortega *et al.* (2019) sostienen que el uso de herramientas tangibles y virtuales simplifica la migración de lo concreto a lo simbólico, mejorando el rendimiento en temas complejos. Por otro lado, Ladino-Guarumo (2018) aporta una visión desde la interculturalidad, señalando que contextualizar las matemáticas en entornos indígenas no solo favorece la equidad, sino que permite a los estudiantes vincular los saberes locales con el análisis algebraico y el propósito cognitivo de las actividades fuera del aula.

En el ámbito internacional, Mudrikah (2022) confirma la eficacia del ABP asistido por kits matemáticos, reportando un incremento en la autonomía de estudiantes en internados islámicos. Del mismo modo, Dwikoranto *et al.* (2023) validaron módulos de ABP apoyados en libros electrónicos, obteniendo niveles máximos de validez pedagógica y demostrando su idoneidad para optimizar la resolución de problemas. Más recientemente, Hwang y Utami (2024) investigaron el potencial de la IA, específicamente de modelos GPT, para generar retos matemáticos adaptativos. Su evaluación heurística y humana confirma que la IA puede producir problemas realistas y de alta complejidad que apoyan el aprendizaje personalizado.

La convergencia entre disciplinas es abordada por Ortega-Ruipérez y Asensio (2021), quienes vinculan el pensamiento computacional con la variacional a través de la lógica algorítmica. Esta postura se alinea con la de Ortiz y Hernández (2023),

quienes comprueban que las aplicaciones móviles facilitan la autorregulación y la comprensión de abstracciones matemáticas. En el área de la física, Marcinauskas *et al.* (2024) contrastaron el ABP con la instrucción tradicional, ratificando que el primero favorece la argumentación crítica, mientras que la segunda es más eficiente para memorizar contenidos teóricos. Finalmente, Villa-Ochoa y Tavera (2019) advierten sobre el enfoque procedimental de los textos universitarios de precálculo, proponiendo una reestructuración de las tareas para fortalecer la matematización de la covarianza desde el inicio de la formación superior.

Las evidencias obtenidas de esta revisión sistemática demuestran que el modelo ABP, potenciado por la mediación tecnológica, constituye un catalizador para el cálculo matemático y la competencia variacional. Esta inferencia se sustenta en hallazgos que asocian el aprendizaje situado y cooperativo con un incremento en el desempeño académico. Al respecto, Ortiz y Hernández (2023) constataron avances notables en el dominio de ecuaciones lineales mediante secuencias didácticas basadas en ABP. En una línea similar, Mena-Gonzales *et al.* (2025) explican cómo el *software* GeoGebra actúa como un puente cognitivo que facilita la transposición de conceptos teóricos a aplicaciones del entorno real.

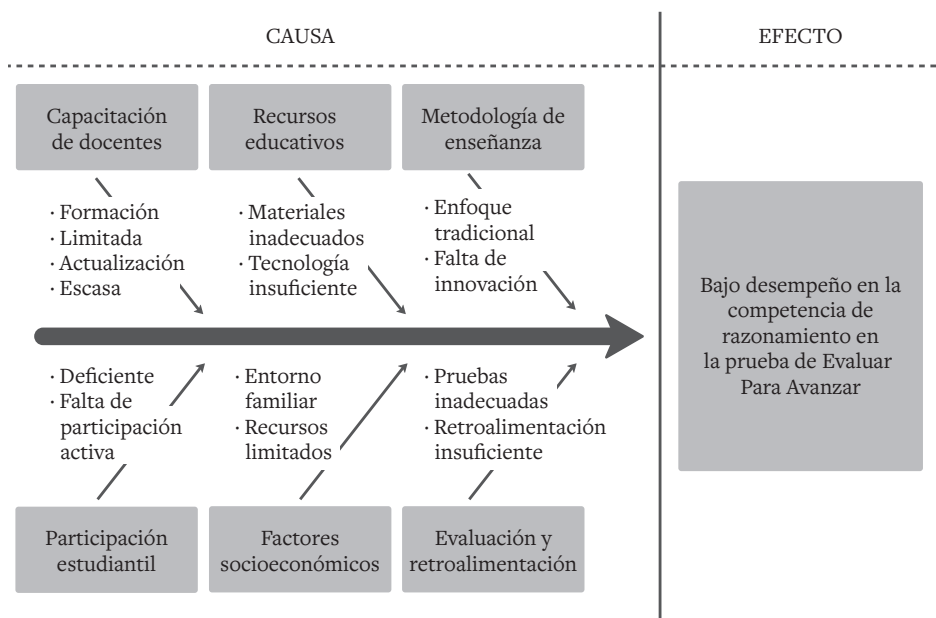
En este contexto, las investigaciones desarrolladas por Cervantes-López *et al.* (2021), Ladino-Guarumo (2018) y Tirado-Carvajal *et al.* (2019) sostienen que la participación proactiva y el ejercicio de la argumentación por parte del discente son condiciones indispensables para la construcción de un razonamiento algebraico consistente. Estos factores adquieren una relevancia crítica al analizar los informes del ICFES (2022a; 2022b) dentro de la iniciativa Evaluar para Avanzar, cuyos resultados hacen patente la necesidad de fortalecer las competencias en el componente numérico-variacional. Ante este panorama, el ABP surge como la estrategia pedagógica más adecuada para profundizar en la lógica de las transformaciones y las variaciones cuantitativas.

No obstante, la efectividad de esta metodología depende de transformaciones estructurales en el sistema educativo. Al respecto, Restrepo-Gómez (2005) plantea que el ABP, concebido como una innovación tanto curricular como didáctica, requiere de una convergencia de esfuerzos que promueva la flexibilidad en los planos de estudio. Según el autor, la ausencia de esta adaptabilidad impide el funcionamiento óptimo del método. En particular, se identifican obstáculos significativos derivados de la rigidez tradicional de los programas académicos y de la segmentación excesiva por asignaturas, la cual suele provocar que la implementación del ABP sea limitada e intermitente, carente de la continuidad necesaria para generar un impacto profundo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El análisis de las dificultades identificadas en el razonamiento matemático requiere un examen multicausal que trascienda la superficie del bajo rendimiento académico. Con este fin, se diseñó una representación gráfica (Figura 4) que categoriza los factores determinantes de esta problemática, tomando como referencia los indicadores de la estrategia nacional Evaluar para Avanzar.

Figura 4

Diagrama de Ishikawa para abordar la problemática



El diagrama de la Figura 4 hace evidente que el estancamiento en el pensamiento variacional no responde a un único factor, sino a una red de variables que incluye desde las deficiencias en el material curricular hasta la falta de metodologías activas. Este diagnóstico visual justifica la implementación de estrategias como el ABP, orientadas a mitigar las causas raíz detectadas y transformar las consecuencias negativas en oportunidades de aprendizaje significativas.

En cuanto a la discusión general, los datos analizados validan el ABP como una estructura pedagógica capaz de activar funciones cognitivas de orden superior. Este enfoque permite que los educandos rescaten saberes previos, estructuren supuestos y desarrollen modelos matemáticos de complejidad incremental. Aunque el MEN (1998) reconoce el pensamiento variacional como un pilar curricular, los bajos indicadores en evaluaciones nacionales sugieren que su enseñanza ha sido relegada a un plano procedimental. Por ello, resulta imperativo transitar hacia esquemas que privilegien la generalización algebraica y el análisis de problemas en contexto.

Por último, se confirma que la tecnología no solo simplifica la representación de abstracciones, sino que estimula la experimentación en entornos dinámicos. Este postulado coincide con lo expuesto por Barrera-Mora y Reyes-Rodríguez (2018), quienes sostienen que la digitalización didáctica favorece una comprensión funcional más aguda. No obstante, persisten obstáculos en la capacitación docente, específicamente en la

orquestración del diálogo pedagógico y el diseño de retos matemáticos. En consecuencia, las líneas de investigación futuras deben orientarse hacia los mecanismos de acompañamiento que aseguren una adopción duradera del ABP en los planos de estudio.

Conclusiones

La revisión sistemática que el ABP funciona como parte de una estrategia didáctica eficaz para fomentar el desarrollo del pensamiento variacional aplicado a los sistemas algebraicos y analíticos. En efecto, los estudios revisados evidencian que esta metodología facilita la vinculación entre los conocimientos previos del estudiante y las nuevas situaciones de aprendizaje, contribuyendo así a la construcción de interpretaciones más estructuradas referentes al cambio y las relaciones funcionales.

Se determinó además que esta estrategia incentiva procesos activos de análisis y construcción de significado, mediante la participación directa de los estudiantes en la formulación y resolución de problemas matemáticos. De esta manera, el enfoque promueve la comprensión de conceptos variacionales a través de la exploración, la representación y la reflexión sobre los procedimientos empleados.

Se observa también que el uso de recursos tecnológicos y representaciones semióticas en estos contextos mejoran la visualización de los fenómenos matemáticos, favoreciendo explicaciones más precisas. Sin embargo, se señala que una implementación exitosa requiere la formación de maestros para diseñar y guiar escenarios de aprendizaje dirigidos a una comprensión profunda de la variación y sus diversas formas de expresión.

En conclusión, se determinó que el ABP constituye una alternativa pedagógica significativa para fortalecer la enseñanza del pensamiento variacional, siempre que su aplicación sea deliberada y adaptada al contexto. De este modo, la presente revisión proporciona los fundamentos para el diseño de enfoques instruccionales que promuevan experiencias educativas más reflexivas y significativas en la enseñanza de las matemáticas bajo el marco del pensamiento variacional.

Referencias

- Amador-Terrón, S., Carvalho, J. L., & Melo, L. (2022). Enseñanza de matemáticas con el apoyo de la robótica: Opinión de futuros/as docentes de Educación Primaria. *Revista Prisma Social*, (38), 114-136.
- Arellano-García, Y., Hernández-Cruz, L., & Hernández-Moreno, A. (2021). Complejidad lingüística y semántica en el planteamiento de problemas por estudiantes, profesores en formación y profesores en servicio de bachillerato. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, e1201. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12io.1201

- Barrera-Mora, F., & Reyes-Rodríguez, A. (2018). El rol de la tecnología en el desarrollo de entendimiento matemático vía la resolución de problemas. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 41-71. <https://doi.org/10.6018/j/349461>
- Bayona-Sánchez, L. (2021). *Generalizaciones aritméticas, generalizaciones aritméticas sofisticadas y generalizaciones algebraicas en estudiantes de grado quinto de educación básica primaria (con edades de 10 y 11 años)* [Tesis de doctorado, Universidad Santo Tomás]. Repositorio Institucional. <http://hdl.handle.net/11634/34520>
- Bojórquez-Gutiérrez, K., González-Quinones, F., & Tarango, J. (2021). Tipificación de patrones en razonamiento covariacional en estudiantes de nuevo ingreso en la carrera de ingeniería. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12, e1173. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1173
- Bolio-Couoh, J. R. (2020). Aportes a la educación matemática basados en la investigación. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 11, e876. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.876
- Cabezas, C., & Mendoza, M. R. (2016). Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial. *Formación Universitaria*, 9(6), 13-26. <https://doi.org/10.4067/S0718-50062016000600003>
- Cabrera-Columbié, M., Páez-Paredes, M., & Fernández-Peña, C. L. (2024). Tratamiento metodológico de conceptos geométricos en entornos virtuales de aprendizaje. *Revista Senderos Pedagógicos*, 15(1), 33-45. <https://doi.org/10.53995/rsp.v15i1.1395>
- Cervantes-López, M. J., Llanes-Castillo, A., Peña-Maldonado, A. A., & Cruz-Casados, J. (2021). Ambientes de aprendizaje: del aula presencial a las plataformas virtuales. *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Informação*, (E39), 26-32.
- Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas. (2003). *Principios para matemáticas escolares*. Eduteka. <https://eduteka.icesi.edu.co/articulos/PrincipiosMath>
- Copado-Rodríguez, A. E. (2024). Inteligencia artificial en la prevención del plagio académico y evaluación del aprendizaje. *Revista Senderos Pedagógicos*, 15(1), 139-151. <https://doi.org/10.53995/rsp.v15i1.1372>
- Demarchi-Sánchez, G. D. (2020). La evaluación desde las pruebas estandarizadas en la educación en Latinoamérica. *Revista En-Contexto*, 8(13), 107-133. <https://doi.org/10.53995/23463279.716>
- Dwikoranto, Dawana, I. R., & Setiani, R. (2023). Validity of Teaching Modules with Problem-Based Learning (PBL) Model Assisted by E-Book to Improve Problem-Solving Skills on Renewable Energy Material and Implementation of Independent Learning Curriculum. *Journal of Physics: Conference Series*, 2623, 012015. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2623/1/012015>
- Echavez-Reyes, E. V., & Montero-Morales, L. P. (2026). La Gamificación como Estrategia Pedagógica en la Comprensión Lectora. *Revista Senderos Pedagógicos*, 18(1), 103-117. <https://doi.org/10.53995/rsp.v18i1.1963>
- Gracia-Obando, G. (2018). *Potenciando Pensamiento Variacional y Uso de Sistemas Algebraicos con Geogebra* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64220>

- Guerrero, S. C., Rojas-García, B., & Cuño-Bonito, J. (2021). Enseñanza-Aprendizaje en matemáticas y estadística durante la COVID-19. Universidad de los Llanos, Colombia. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*, 23(37), 41-67. <https://doi.org/10.19053/01227238.11642>
- Hwang, W.-Y. y Utami, I. Q. (2024). Using GPT and authentic contextual recognition to generate math word problems with difficulty levels. *Education and Information Technologies*, 29, 1-29. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12537-x>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2022a). *Informe nacional de resultados de las pruebas Saber 3º, 5º, 7º y 9º. Aplicación 2022*. https://www.icfes.gov.co/wp-content/uploads/2024/11/Informe_saber_359_06_2022.pdf
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2022b). *Niveles de desempeño Prueba Matemáticas Saber 11º*. <https://www.icfes.gov.co/wp-content/uploads/2024/11/Niveles-de-desempeno-Matematicas-Saber-11.0-2022.pdf>
- Ladino-Guarumo, I. L. (2018). *Didáctica del Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos en Instituciones Indígenas del Resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64225>
- Ligarretto-Feo, R. E. (2021). Mediación tecnológica de la enseñanza: Entre artefactos, modelos y rol docente. *Revista Educación*, 45(2). <https://doi.org/10.15517/revedu.v45i1.42999>
- Marcinauskas, L., Iljinas, A., Čyviénė, J., & Stankus, V. (2024). Problem-Based Learning versus Traditional Learning in Physics Education for Engineering Program Students. *Education Sciences*, 14(2), 154. <https://doi.org/10.3390/educsci14020154>
- Mateus-Nieves, E., & Moreno-Moreno, E. (2021). Desarrollo del Pensamiento Variacional para la Enseñanza de Nociones Preliminares de Cálculo. Una Experiencia de Aula en la Educación Básica. *Acta Scientiae*, 23(2), 113-135. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5716>
- Mena-Gonzales, K. Y., Delgado-Arroyo, L., & Ríos-Cuesta, W. (2025). Una experiencia de aprendizaje mediada por GeoGebra en la enseñanza de ecuaciones lineales a estudiantes universitarios. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (75), 42-66. <https://doi.org/10.35575/rvucn.n75a3>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares Matemáticas*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje: Matemáticas*.
- Mudrikah, A. (2022). Increasing Senior High School Students' Mathematical Problem-Solving Ability and Mathematical Disposition Through Problem-Based Learning Assisted by Simple Mathematics Kit. *Al-Ishlah: Jurnal Pendidikan*, 14(4), 7065-7078. <https://doi.org/10.35445/alishlah.v14i4.2194>
- Ordóñez-Ortega, O., Gualdrón-Pinto, E., & Amaya-Franky, G. (2019). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(2), 347-362. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9180>

- Ortega-Ruipérez, B., & Asensio, M. (2021). Evaluar el Pensamiento Computacional mediante Resolución de Problemas: Validación de un Instrumento de Evaluación. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 14(1), 153-171. <https://doi.org/10.15366/riee2021.14.1.009>
- Ortiz-Flórez, M. A., Moreno-Vásquez, A., Penagos-Betancur, X., Palmera-Miranda, M. E., & Pérez-Restrepo, T. (2026). La Relación Pedagógica con Estudiantes Neurodiversos en la Educación Básica. *Revista Senderos Pedagógicos*, 18(1), 67-85. <https://doi.org/10.53995/rsp.v18i1.1975>
- Ortiz-Ortiz, M. L., & Hernández-Yomayuz, O. M. (2023). Aprendizaje basado en problemas mediado por una aplicación educativa móvil. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (69), 43-69. <https://doi.org/10.35575/rvucn.n69a3>
- Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S.,..., & Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, 372(71). <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>
- Petronzi, D., Schalkwyk, G., & Petronzi, R. (2024). A Pilot Math Anxiety Storybook Approach to Normalize Math Talkin Children and to Support Emotion Regulation. *Journal of Research in Childhood Education*, 38(1), 145-163. <https://doi.org/10.1080/02568543.2023.2214591>
- Restrepo-Gómez, B. (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, 8, 9-19.
- Rodríguez-González, C. A. (2017). *Aplicación de un aprendizaje basado en problemas en estudiantes universitarios de ingeniería del riego y de la construcción* [Tesis de doctorado, Universidad de Sevilla]. Depósito de Investigación de la Universidad de Sevilla. <http://hdl.handle.net/11441/64309>
- Román-Acosta, D. D., Alarcón-Osorio, D., & Rodríguez-Torres, E. (2024). Implementación de ChatGPT: aspectos éticos, de edición y formación para estudiantes de posgrado. *Revista Senderos Pedagógicos*, 15(1), 15-31. <https://doi.org/10.53995/rsp.v15i1.1592>
- Sánchez-Martín, M., Navarro-Mateu, F., & Sánchez-Meca, J. (2022). Las Revisiones Sistemáticas y la Educación Basada en Evidencias. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 15(30), 108-120. <https://doi.org/10.25115/ecp.v15i30.7860>
- Solorio-Pérez, C. D. (2021). Aproximaciones al rol de estudiante en un programa de posgrado virtual. *Revista Senderos Pedagógicos*, 12(1), 15-31. <https://doi.org/10.53995/rsp.v12i1.1019>
- Tirado-Carvajal, B., Gualdrón-Pinto, E., & Ávila-Zárate, A. (2019). Estrategia didáctica para fortalecer la competencia de comunicación matemática por medio de la fotografía. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 11(2), 102-112. <https://doi.org/10.22335/rict.v11i2.827>
- Villa-Ochoa, J. A., & Tavera-Acevedo, F. (2019). La covariación en las tareas de los libros universitarios de precálculo: el caso de las razones trigonométricas. *Bolema*, 33(65), 1379-1399. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a19>

- Violante, R. (2018). Didáctica de la Educación Infantil. Reflexiones y Propuestas. *Revista Senderos Pedagógicos*, 9(1), 131-150. <https://doi.org/10.53995/sp.v9i9.961>
- Zapatera-Llinares, A. (2022). La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria. *Educación Matemática*, 34(2), 134-152. <https://doi.org/10.24844/EM3402.05>