Título: Los amantes
Autor: Luis Eduardo Jaramillo
Técnica: Acrílico sobre lienzo
Año: 2016

Artículo resultado de investigación derivado del proyecto "Metodología para la estimación del drift de la tasa de cambio (usd/cop) a través de modelos bayesianos" en el marco del programa "Joven Investigador 2016" del Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín – ITM.

En Contexto
Revista de Investigación en Administración, Contabilidad, Economía y Sociedad

Metodología para la estimación del drift de la tasa de cambio (USD/COP) a través de modelos bayesianos

Methodology for the estimation of the drift of the exchange rate (USD / COP) through bayesian models

Recibido: 15-12-2016 • Aprobado: 10-05-2017 • Página inicial: 155 - Página final: 172

Elizabeth Cartagena Cardona*
Juan Fernando Rendón García**

Resumen: el comportamiento volátil de la tasa de cambio USD/COP en la actualidad y sus efectos sobre la economía; hace necesario proponer modelos que logren estimar de mejor manera su comportamiento futuro; que faciliten la implementación de mecanismos para mitigar los efectos adversos de la volatilidad. La incorporación de expectativas de expertos a través de modelos bayesianos, pueden ser implementados para mejorar la predicción de esta variable; el objetivo de este trabajo es proponer una metodología de estimación del Drift para la TRM, mediante modelos bayesianos, basados en información de expertos y su integración con los datos históricos de dicha variable. Se ajusta la distribución a priori y la distribución a posteriori con sus respectivos parámetros (μ, σ); con base en estos y por medio del Movimiento Browniano se predice un comportamiento de la TRM. El estudio concluye que, el modelo permite tener mejor predicción a largo plazo con la distribución a posteriori ya que el Drift estimado tiene un comportamiento más cercano al real.

Palabras clave: drift, función a priori, función a posteriori, estimación Bayesiana.

Abstract: Today's volatile behavior s of the exchange rate between USD and COP and its effects in today s economy; makes necessary to propose models that can better estimate future behaviors, and that at the same time facilitates the implementation on mechanism to mitigate the adverse effects of volatility. The incorporation of expert's expectatives through Bayesians models could be implemented to improve the prediction of this variable. The goal of this work is to propose a drift estimation methodology for the market representative rate, through Bayesians models, based in experts information and its incorporation with the historical information of this specific variable. The a priori and a posteriori distribution are adjusted with their respective parameters (μ, σ); based in these and through the Brownian movement it can be predictable a behavior of the market representative rate. The study concludes that the model allows to have a better long-term prediction with the posterior distribution since the estimated Drift has a behavior closer to the real one.

Keywords: Drift, a priori function, a posteriori function, Bayesian estimation.

JEL: F29, G15, C51

* Estudiante de Ingeniería Financiera. Joven Investigadora ITM, del grupo de investigación en Ciencias Administrativas de la Facultad de Ciencias Económicas y administrativas del Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín - Colombia. elizabethcartagena61448@correo.itm.edu.co.
Enlace ORCD: http://orcid.org/0000-0003-1568-8285

** MSc. en Finanzas. Docente e investigador del Grupo de Investigación en Ciencias Administrativas de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas del Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín - Colombia. juanrendon@itm.edu.co
Enlace ORCD: http://orcid.org/

Methodologie d'estimation de la dérive des taux de change (USD/COP) modèles bayésiens par

Résumé: le comportement volatile du taux de change USD / COP aujourd'hui et ses effets sur l'économie; font nécessaire de proposer des modèles qui permettent estimer un meilleur comportement futur; pour faciliter la mise en œuvre de mécanismes pour mitiguer les effets négatifs de la volatilité. L´Intégration des attentes des experts par de modèles Bayésiens peuvent être implémenté pour améliorer la prédiction de cette variable. Le but de cet article est de proposer une méthodologie pour estimer le Drift pour la TRM par des modèles bayésiens, basés sur des informations d'experts et L´intégration avec les données historiques de cette variable. Il s'ajuste la distribution a priori est a posteriori avec ses respectifs paramètres (u, σ) sur la base de celles-ci et par le mouvement brownien est prévue le comportement du TRM. L'étude conclut que le modèle permet d'avoir une meilleure prédiction à long terme avec la distribution a posteriori puisque la Drift estimée a un comportement plus proche du réel.

Mots-clés: drift, fonction a priori, fonction a posteriori, estimation Bayésienne.

Metodologia para a estimativa do drift da taxa de câmbio (USD/COP) através de modelos bayesianos

Resumo: o comportamento volátil da taxa de câmbio USD/COP hoje e seus efeitos sobre a economia e a necessidade de propor modelos para alcançar melhor estimar o seu comportamento futuro; para facilitar a implementação de mecanismos para atenuar os efeitos negativos da volatilidade. A incorporação das expectativas dos peritos através dos modelos bayesianos, podem ser implementadas para melhorar a predição de esta variável; o objetivo deste trabalho é propor uma metodologia para estimar o desvio para o TRM, usando modelos bayesianos, baseada em informações de especialistas e a sua integração com os dados históricos da variável. Ajusta a distribuição a priori e a posteriori, distribuição, com os respectivos parâmetros (μ, σ); com base nestes e por meio do movimento browniano é comportamento previsível do TRM. O estudo conclui que, o modelo permite que você tenha uma melhor predição de longo prazo com a distribuição a posteriori, porque o desvio estimado é um comportamento que é o mais próximo do real.

Palavras-chave: drift, função priori, uma função posteriori, estimativa, Bayes.

Introducción

El pronóstico de la tasa de cambio (USD/COP), es una actividad de interés económico para todos aquellos agentes económicos que se ven afectados por el riesgo cambiario, en general el gobierno, las empresas, entidades financieras y los hogares colombianos sufren los efectos adversos que genera el comportamiento volátil de dicha variable. La moneda local está pasando por un periodo de fuerte devaluación, en lo corrido de este año el máximo valor alcanzado de la TRM ha sido de $3434.89 el 12/02/2016; por lo que implementar mecanismos para mitigar las consecuencias se hace cada vez más importante.

Según el Banco de la República (2016), la intensidad de los choques sobre la tasa de cambio produjo una desviación de la inflación y sus expectativas de la meta, por lo que se activaron algunos mecanismos, ya que es un aspecto de consideración para que el Banco de la República incrementará la tasa de interés de intervención en 25 puntos básicos y la situó en 7,75%. Además, informa que el alza en la tasa de cambio fue causa para el incremento de la obligación de la deuda externa colombiana en dólares, reflejando un aumento del 6,7%, al pasar US$105.701 para el 2015 a US$112.786 millones para febrero del 2016. Este aumento es resultado de la devaluación del peso.

Debido al riesgo que se enfrentan los agentes por la apreciación o devaluación del peso frente al dólar, en este trabajo se propone una alternativa diferente para el pronóstico de la tasa de cambio USDCOP, a partir del uso de las expectativas dadas por expertos y modelos Bayesianos para la estimación de parámetros, este artículo tiene como objetivo general proponer una metodología de estimación para el Drift[3] de la tasa de cambio USDCOP, por medio de la metodología Bayesiana; se pretende determinar si la estimación Bayesiana puede mejorar la proyección de la tasa de cambio USDCOP; el resultado obtenido puede ser de gran utilidad a nivel gerencial para proponer mecanismos de control frente a la gestión del riesgo cambiario.

Este estudio se organiza en cinco secciones incluyendo la introducción; en la sección dos se definen los conceptos y características básicas de los modelos y la implementación del modelo bayesiano para hallar el Drift de la TRM colombiana, los resultados y su discusión son abordados en la sección tres.

---

[3] Drift en este estudio, hace referencia al valor esperado de la tasa de cambio. El posible comportamiento de la variable; al combinar los resultados obtenidos de implementar modelos bayesianos y sus distribuciones en un movimiento browniano geométrico.

Revisión de literatura

La estimación de la tasa de cambio ha sido abordada desde la dimensión académica por autores como Fayad, Fortich y Vélez (2009) que sugieren realizar un estudio con datos históricos de 2001 a 2005 basándose en la medición de la tasa de cambio por medio de la hipótesis de paridad de poder adquisitivo (PPA) y modelos VAR (vectores autorregresivos), concluyendo que el modelo es aceptable para predecir la tasa de cambio; Montenegro (2010) propone evaluar la volatilidad de la TRM mediante los modelos GARCH, el objetivo es medir la precisión que ofrecen las distintas alternativas a la hora de predecir la volatilidad futura de la diferencia del logaritmo de la TRM, utilizando los modelos MA, ARCH y GARCH para estimar la media, varianza y la distribución, para una muestra comprendida entre enero 2001 y septiembre de 2009. Los resultados indican que el modelo MA (1) en media y el modelo GARCH (1.1) en varianza superan otro tipo de especificación, que trate de medir el agrupamiento de la volatilidad de la TRM colombiana. Los resultados muestran que el desempeño de los modelos, dependen de la aplicación; el análisis concluye que esta metodología de medición del riesgo no es muy confiable para la toma de decisiones en el sector privado, en cambio para las mesas de dinero o administradores de pensiones resultaría favorable la aplicación del modelo GARCH para la estimación de la volatilidad.

Henao y Rivera (2006) plantean el modelado del índice de tipo de cambio real (ITCR) mediante redes neuronales; la información utilizada en esta investigación corresponde al índice de tipo de cambio real efectivo calculado por el FMI (ITCRFMI) para el peso colombiano frente a 18 países de entre sus miembros para el período comprendido entre 1989:12 y 2003:10, el cual es publicado por el Banco de la República. El modelo matemático utilizado es un Perceptrón Multicapa (MLP, por sus siglas en inglés), equivale a un modelo estadístico no paramétrico de regresión no lineal que sigue una distribución normal con media cero y varianza desconocida $\sigma 2$. Se demuestra a partir de criterios estadísticos que la serie sigue una dinámica no lineal; la red neuronal desarrollada captura las relaciones determinísticas de orden no lineal entre el valor actual de la ITCRFMI y el valor del mes anterior, de tal forma que los residuales obtenidos son menores en magnitud en relación con un modelo lineal que usa los mismos regresores. Consecuentemente, el modelo desarrollado es potencialmente un mejor predictor de la serie en comparación con un modelo lineal.

Metodología

La metodología utilizada para este trabajo de investigación es cuantitativa y exploratoria, lo cual se precisa a partir de los siguientes planteamientos:

Información de la tasa de cambio

La tasa de cambio representativa del mercado (TRM) es un índice, que corresponde a la cantidad de pesos que se deben pagar por un dólar de los Estados Unidos, la volatilidad de la tasa de cambio depende de la oferta y la demanda. Se calcula con base en las operaciones de compra y venta de divisas entre intermediarios financieros que transan en el mercado cambiario colombiano, con cumplimiento el mismo día cuando se realiza la negociación de las divisas. Actualmente la Superintendencia Financiera de Colombia es la que calcula y certifica diariamente la TRM con base en las operaciones registradas el día hábil inmediatamente anterior. La TRM del día hábil siguiente a un día festivo de los bancos de la Reserva Federal de los Estados Unidos de América, será la misma TRM vigente en el día festivo. Por lo tanto, no se calculará la TRM con las operaciones realizadas en un día festivo de los bancos de la Reserva Federal de los Estados Unidos de América (Banco de la República, 2016). En este artículo los resultados obtenidos se tomarán como una aproximación de la tasa de cambio USDCOP.

Expectativas

Para realizar este artículo se hace necesaria la recopilación de una serie de datos y así lograr el modelo de Bayes. La base de datos utilizada, consiste en las expectativas dada por varios expertos que basados en sus criterios proyectaron el valor de la tasa de cambio colombiana TRM, son alrededor de 16 a 23 agentes encuestados cada mes.

La lista de expertos está conformada por bancos tales como MUFG, es uno de los grupos financieros más importantes del mundo; también se encuentra JPMorgan Chase, una de las empresas de servicios financieros más antigua del mundo, Scotiabank es uno de los cinco grandes bancos de Canadá; en general la opinión del comportamiento futuro de la TRM es dada por algunos de los principales bancos de Europa, Estados Unidos y Canadá. También la expectativa es anunciada por algunas casas de Bolsa como la Casa De Bolsa Ve Por Mas SA de CV; dentro de esta lista se cuenta con la participación del Banco de Bogotá, entidad financiera colombiana.

Estimación bayesiana adaptada a un modelo Browniano Geométrico

Se requiere hallar el Drift asociado a un proceso estocástico, a través de un modelo bayesiano que permite incluir expectativas o probabilidades subjetivas.

Para Hernández (2006) la estadística bayesiana, emplea gran parte de los fundamentos de la estadística clásica, pero permite que las percepciones subjetivas acerca del comportamiento de un parámetro o de una distribución de probabilidad sean incorporadas al análisis y, por tanto, a las inferencias que se obtienen de la distribución de la población y de sus parámetros. Para Levin y Rubin (2004) este teorema es conocido también como el teorema de las causas, utilizado para obtener diversos resultados relacionados con probabilidad condicional.

Basándose en una distribución a priori de los parámetros de una variable aleatoria X, en una función de verosimilitud y en una muestra; se encuentra la distribución a posteriori de los parámetros de la variable aleatoria X. Se tiene el modelo;

$$\boxed{f(\theta|X)= f(\theta)*F(X|\theta)*k \qquad (1)}$$

Donde: dada una variable aleatoria X y un vector de parámetros, asociados a la función de distribución de *X:*

$f(\theta)$ Es la función a priori de los parámetros de la variable aleatoria *X*.
$F(X|\theta)$ Es la función de verosimilitud.
$f(\theta|X)$ Es la función a posteriori.
k Es una constante.

Por algún método de estimación, como por ejemplo el de máxima verosimilitud o la minimización de una función de costo, se encuentran los parámetros a posteriori de θ $f(\theta|X)$.

La inferencia bayesiana

A partir de una muestra y el uso del teorema, salen conclusiones de un grupo más grande que representa la muestra, es un proceso de reajuste de medidas de creencia al conocerse nuevos axiomas (aparición de nueva información). Esta técnica estadística en muy apropiada para reunir las opiniones de expertos en el análisis de datos.

Una característica básica de la inferencia Bayesiana según Obregón (1975), es que, “dado un resultado experimental específico, una aplicación del teorema de Bayes permite obtener las probabilidades (subjetivas pero afectadas por la nueva evidencia) correspondientes a las diferentes alternativas. Estas probabilidades (probabilidades a posteriori) constituyen el producto final de la estadística Bayesiana".

Análisis conjugado para datos normales

Jackman (2009), afirma que la distribución normal es enormemente popular en el modelado estadístico, y muchas variables que no parecen tener una distribución normal puede ser transformadas para aproximarse mejor a la normalidad, además a medida que aumenta el tamaño de la muestra los parámetros se aproximan a la distribución normal.

Para los autores Box & George (1973), una de las situaciones más frecuentes en la práctica estadística es aquella en la que se encuentran con datos que provienen de una población Normal. Esta situación introduce un grado de complejidad, pero también puede ser resuelto de forma inmediata bajo la perspectiva bayesiana. Esta complejidad viene determinada por el hecho de que se puede considerar al problema de la inferencia en poblaciones normales como un problema con dos parámetros de interés. Por ejemplo, supóngase el caso más sencillo de una observación muestral $(\mu \mid TRMt) \sim N(\mu,\sigma_2)$, y por lo tanto el parámetro de interés son (μ,σ_2).

Análisis de la conjugación de datos normales con σ conocida

Considere el caso en que se tiene n observaciones sobre una variable Y, si cada observación se modela como $Y \sim N(\mu,\sigma^2)$, siendo μ desconocida y conociendo *σ*.

La inferencia bayesiana para *μ* en este caso procede como de costumbre; se multiplica la verosimilitud para *μ* por una distribución a priori para μ, para obtener la distribución a posteriori $p(\mu \mid TRM_t)$, donde *TRMt* es una muestra del índice hasta el momento *t*. Si las creencias anteriores sobre *μ* se representan con una distribución normal, entonces dado un modelo para los datos normal, la distribución a posteriori para *μ* es también una distribución normal. Se tiene una distribución a posteriori así:

$$\boxed{(\mu|\boldsymbol{TRM}) \sim N\left(\frac{\mu_0\sigma_0^{-2}+\bar{y}\frac{n}{\sigma^2}}{\sigma_0^{-2}+\frac{n}{\sigma^2}}\right),\left(\sigma_0^{-2}+\frac{n}{\sigma^2}\right)^{-1} (2)}$$

μ_0= Promedio de la distribución a priori.
σ_0^{-2}= Desviación de la distribución a priori.
$\bar{y}$ = Promedio de la muestra.
n= Número total de la muestra.
σ^2= Desviación de la población, (Jackman, 2009).

Movimiento Browniano o proceso Wiener

El movimiento browniano se denota en un modelo matemático (Hull, 2012):

$\{w_t : t \geq 0\}$ *(3)*

Parte del supuesto de que el ruido blanco es totalmente aleatorio por lo que lo hace impredecible.

Sea w_t un proceso de Wiener, con las siguientes propiedades:

$\Delta w_t = w_t - w_0$ Con ~ N (0, T)

Esta diferencia puede ser calculada como la suma de muchos periodos o de muchos cambios. El proceso empieza en el momento 0.

$\Delta w_t = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$

Donde ε es una normal estándar ~ N (0,1); tiene trayectorias continuas.

Δw_t

Es independiente de $w_j \; \forall \; j \leq t$ los cambios son aleatorios, ninguno depende del otro; incrementos independientes.

Δw_t

La variable aleatoria w_t tiene distribución normal estándar ~ N (0,Δt); media 0 y varianza T (para $\Delta t = T - 0$). Esto implica que sigue un proceso de Markov (Tsay, 2005).

Wiener generalizado

Sea y_t un proceso estocástico, y denotemos como pequeños cambios en se obtiene:

$$\Delta y_t = adt + bdw_t \quad (4)$$

Donde:

a y b son constantes.

a Sería la razón de crecimiento esperada de x por unidad de tiempo.
b Sería la razón de crecimiento de la varianza (volatilidad al cuadrado).
adt Sería el **DRIFT,** la parte determinística del modelo (el parámetro **a**, le da tendencia al proceso de Wiener). La tendencia determinística implica que no existe incertidumbre sobre la evolución futura, conocido el pasado es posible prever el comportamiento futuro. No es realista.

bdw_t Es un proceso de Wiener simple, que es la parte aleatoria del modelo. Tendencia estocástica del modelo, no se tiene conocimiento seguro del futuro, siendo más realista.

$$\boxed{dw_{t=}\ \varepsilon_t\sqrt{\Delta t};\ \varepsilon_t \sim \mathrm{N}\ (0,\ 1)}$$

En el proceso de Wiener generalizado la media y la varianza no son constantes en el tiempo.

DRIFT

Lema de Itô

El concepto principal es la integral de Itô, lleva el proceso de Wiener y lo aplica en activos.

Proceso de Itô= $\boxed{dx_t = a(x,t)dt + b(x,t)dw \quad (5)}$

Donde *a (x, t) y b (x, t)* son funciones determinísticas.

Herramienta desarrollada por Kiyoshi Itô para la integrar y diferenciar procesos estocásticos, la integral de Itô es el centro del análisis estocástico, ya que facilita la comprensión matemática de sucesos aleatorios, el diferencial de Itô se define como:

$$\boxed{df_t = \left(\frac{\partial f}{\partial x}a(x,t)dt + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}b(x,t)\right)dt + \frac{\partial f}{\partial x} * b(x,t) * dw \quad (6)}$$

Donde *f* es un proceso estocástico que depende de *X*.

Esta fórmula puede obtenerse haciendo uso de las series de Taylor orden 2.

Movimiento browniano geométrico o Log-Normal

Este modelo se basa en la ecuación diferencial estocástica tipo Itô. (Hull 2012).

$$\boxed{\Delta S_t = S_t\mu\Delta t + S_t\sigma\Delta w \quad (7)}$$

Donde:

$\Delta w = \varepsilon_t\sqrt{\Delta t}$ movimiento browniano o proceso estocástico de Wiener.

$S_t =$ Es el valor del subyacente en el instante *t*.

$\mu =$ Razón de crecimiento de s; rentabilidad continua esperada (Drift o tendencia).

$\sigma =$ Parámetro que representa la volatilidad.

Modelo browniano geométrico aplicando el cálculo de *Itô* se obtiene:

$$S_t = s_0\, e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}} \quad (8)$$

Implementación del modelo bayesiano

Para llevar a cabo este modelo se calcula el rendimiento continuo compuesto anualizado a las expectativas; realizando un Bootstrap a dichas rentabilidades de los periodos requeridos transformando las muestras en distribuciones normales y lograr así obtener las distribuciones a priori. Para conseguir los parámetros de la distribución a posteriori (σ conocida) se halla la volatilidad al comportamiento de la TRM, mediante un modelo GARCH; con los parámetros hallados de la distribución a priori y el valor de la volatilidad estimada, se calcula los parámetros de la distribución a posteriori, basándose en la inferencia bayesiana sobre proporciones o probabilidades (desconocida) y distribuciones conjugadas; dentro de estas distribuciones conjugadas se encuentra el análisis de la conjugación con datos normales con sigma conocida.

$$\mu|\boldsymbol{trm} \sim N\left(\frac{\mu_0 \sigma_0^{-2} + \bar{y}\frac{n}{\sigma^2}}{\sigma_0^{-2} + \frac{n}{\sigma^2}}\right), \left(\sigma_0^{-2} + \frac{n}{\sigma^2}\right)^{-1} \quad (9)$$

Volatilidad

Otro parámetro que se requiere estimar para un proceso estocástico es la volatilidad, una de las formas más practicas es mediante el modelo GARCH, que es un modelo de volatilidad dinámica. Gujarati y Porter (2009) el principal problema para hacer pronósticos a la variable (tasa de cambio) son los cambios o volatilidades que esta presenta en el mercado, trayendo con esto el fenómeno de acumulación de volatilidad autorregresiva, lo que impide hacer pronósticos más acertados.

Basándose en el modelo condicional ARCH que introduce Engle (1982), en los cuales considera que la varianza evoluciona a través del tiempo, estos modelos tienen características que los hacen aptos para modelar los cambios de la volatilidad de un periodo a otro (la predicción del valor actual depende del valor obtenido de la variable aleatoria en el tiempo Y_{t-i} ; la volatilidad de hoy depende de la de periodos anteriores).

Luego, el modelo generalizado ARCH (GARCH) que introduce Bollerslev (1986), propone incluir rezagos de la varianza, siguiendo los modelos clásicos de series de tiempo. Estos modelos sirven para describir el proceso de volatilidad del rendimiento de un activo. La varianza del error está relacionada con los términos del error al cuadrado de varios periodos en el pasado, Gujarati y Porter (2009), para ellos da nombre a la ampliación del modelo ARCH que realizó Bollerslev (1986) para los órdenes (p, q), y Taylor (1986), para el caso específico de los órdenes 1.1. El modelo GARCH (p, q) se podría escribir como:

$$\boxed{Y_t = \mu + e_t \quad (10)}$$

$$\boxed{e_t = \varepsilon_t \sigma_t \quad (11)}$$

$$\boxed{\sigma_t^2 = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i e^2{}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j \sigma^2{}_{t-j} \quad (12)}$$

Donde:

Y= Es un proceso estocástico con media μ.
e_t= Es el error de estimación.
ε_t= Es variable ruido blanco con media 0 y varianza 1.
σ_t= Es la volatilidad del proceso estocástico Y.
β_i y α_j= Son parámetros del modelo.

A través del movimiento Browniano se predice un comportamiento para la TRM, basados en los parámetros hallados de las distribuciones a priori y a posteriori.

Resultados

El modelo bayesiano consta de una distribución a priori, para obtener dicha distribución se realiza un Bootstrap a las expectativas de los periodos a analizar, obteniendo los siguientes parámetros:

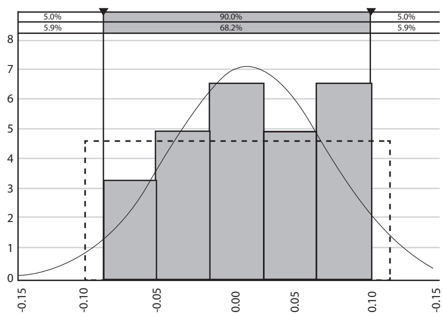

Figura 1. Marzo 2015- marzo 2016.

Elaboración propia, @Risk.

Tabla 1.
Parámetros de la distribución a priori

Parámetro	Valor
Media	0.01578
Desviación estándar	0.05661

Elaboración propia, @Risk.

Modelos GARCH

La estimación bayesiana tiene como resultado una distribución a posteriori, la cual mediante un modelo Garch se determina el valor de la volatilidad de la TRM, para implementar la teoría del análisis de conjugación de datos normales con σ conocida, y hallar así el Drift de la distribución a posteriori.

La Figura 2 muestra el comportamiento de la TRM durante marzo 2013 a marzo 2015, posteriormente se estima la volatilidad para tal periodo.

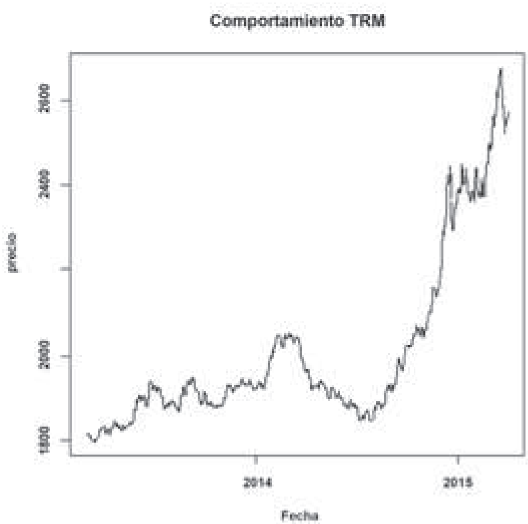

Figura 2. Comportamiento TRM (marzo 2013 a marzo 2015)

Elaboración propia, 2016.

Mediante el modelo GARCH (0,1), se estima la volatilidad para cada periodo evaluado y se obtiene:

Se estima una volatilidad 0.071 para largo plazo, en el siguiente gráfico se observa la estimación del comportamiento de la varianza.

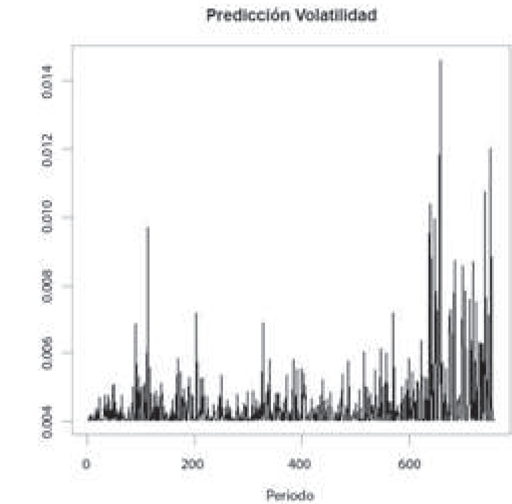

Figura 3. Estimación del comportamiento TRM

Elaboración propia, 2016.

A continuación, se calcula la distribución a posteriori, mediante la conjugada de datos normales. Se obtiene μ= 0.1151 y σ= 0.002587. Resultados que se representan en la Figura 4, considerando un comportamiento normal se tiene:

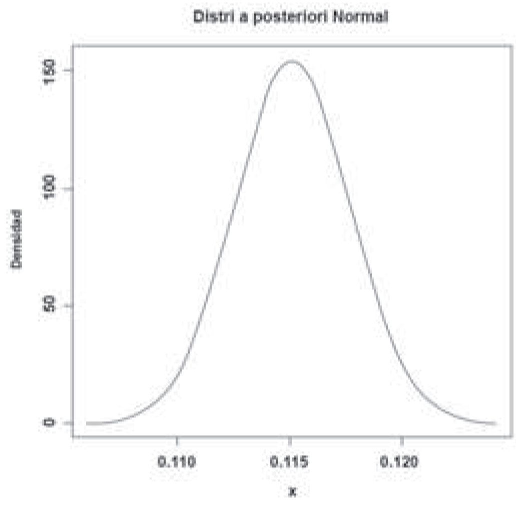

Figura 4. Marzo 2015 - marzo 2016

Elaboración propia, 2016.

Con los resultados obtenidos de la distribución a priori y a posteriori se implementa el modelo Browniano Geométrico, obteniendo nuevamente ambas distribuciones.

Estimación bayesiana a través del movimiento browniano

El estudio se evalúa por periodos, para hacer más fácil el análisis y concluir el comportamiento de la simulación del modelo Bayesiano a través del movimiento Browniano.

Estimación a largo plazo

Para el desarrollo a largo plazo, se obtiene la distribución a priori y la a posteriori, con base en un periodo de un año. Comprendido entre marzo 2015 a marzo 2016. La predicción se aprecia en la Figura 5.

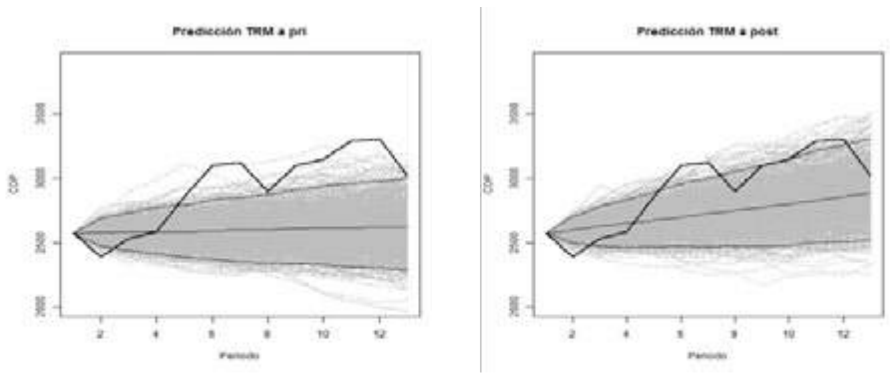

Figura 5. Distribución a priori y a posteriori (marzo 2015 - marzo 2016)

Elaboración propia, 2016.

Se obtiene el valor en riesgo (VaR) con un 95% de confianza, para medir el efecto que tiene la estimación bayesiana del Drift, comparado con una pérdida real de 0.1597; el VaR estimado para la distribución a priori (0.1331) no alcanza a cubrir la pérdida total real, mientras que el estimado de la distribución a posteriori (0.2731) si se encuentra dentro del rango de la predicción.

Al comparar la medida de error entre ambas distribuciones se observa que el mejor error cuadrado medio (ECM), es el de la distribución a posteriori, este se calcula entre el Drift esperado y la TRM observada, se observa que es mejor el de la distribución a posteriori (80591.35) < (181389.8).

Periodo a mediano plazo: para evaluar la predicción del modelo en un periodo de mediano plazo, se toman los datos de 6 meses, los cuales arrojan el comportamiento visto en la Figura 6.

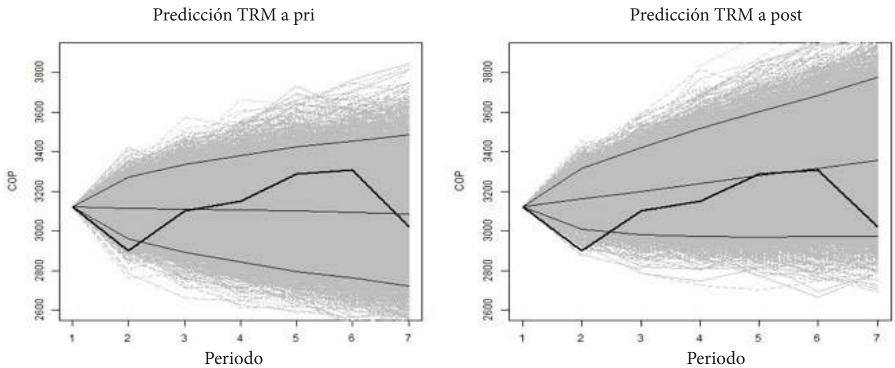

Figura 6. Distribución a priori y a posteriori (septiembre 2015 - marzo 2016)

Elaboración propia, 2016.

Comparado con una pérdida real de 0.0324, el VaR estimado para la distribución a priori para mediano plazo es (0.1622) y el de la distribución a posteriori (0.07241), se concluye que ambas estimaciones se encuentran dentro del rango de la predicción. El ECM muestra que es mejor el de la distribución a priori (19230.96) < (27365).

Corto plazo: para representar este periodo se toma una diferencia de un mes, mostrando que el modelo no funciona para ninguna distribución; la predicción falla tanto en a priori como en la a posteriori. Se aprecia gráficamente a continuación.

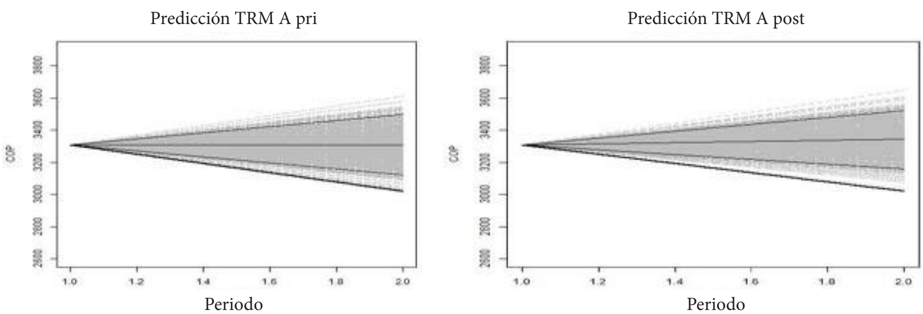

Figura 7. Distribución a priori y a posteriori (febrero 2016 - marzo 2016)

Elaboración propia, 2016.

El VaR real de 0.08970 comparado con la estimación de cada distribución; a priori (0.06227) y a posteriori (0.06970); ambas predicciones indican que no logran capturar la pérdida real. El ECM demuestra que es mejor el de la distribución a priori por ser éste el menor valor (39807.48) < (48803.05).

La estimación Bayesiana del VaR a corto plazo no logra capturar la pérdida real; dado que para el periodo comprendido entre febrero y marzo de 2016, el VaR estimado es de 0,06 en ambas distribuciones, y realmente tuvo pérdida del 0.08; y la mejor predicción del VaR se observa en las distribuciones a mediano plazo, ya que, ambas distribuciones logran capturar la pérdida real en éste periodo.

El error cuadrático medio (ECM), indica que a largo plazo es mejor la distribución a posteriori ya que el a priori (181389.8) es mayor al posteriori (80591.35)

Conclusiones

El estudio concluye que el modelo Bayesiano para la distribución a posteriori presenta buen desempeño a largo plazo, dado que la pérdida real no excede el VaR estimado a través de este método, y el Drift estimado está más cerca de la trayectoria real de la TRM.

A mediano plazo el comportamiento real de la variable, se ajusta mejor al nivel de confianza y se mueve cerca de la predicción del Drift, tanto para la distribución a priori como para la posteriori.

Se concluye que la combinación de expectativas y el modelo bayesiano, no reducen el error de predicción a corto plazo.

Aunque la estimación a posteriori a largo plazo tiene buena predicción, durante algunos periodos se sale del intervalo de predicción; y es mejor que la a priori ya que se observa al final de la gráfica que la TRM real está cerca el Drift estimado.

El ECM a mediano y corto plazo es mejor para la distribución a priori, ya que en ambas comparaciones son menores que los a posteriori.

Como recomendación, se podrían utilizar otro tipo de modelos tales como el VAR (vectores autorregresivos), para mejorar la predicción de la estimación Bayesiana a posteriori.

Referencias

Banco de la República. (29 de Julio de 2016). Recuperado de http://www.banrep.gov.co/es/comunicado-29-07-2016

Banco de la República. (5 de 12 de 2016). *Metodología del cálculo de la TRM.* Obtenido de http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/reglamentacion/archivos/Boletin_64_18_dic_2015_%20DOD M_146.pdf

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional. *Journal of Econometrics*, 307-327.

Box, G., & G. T. (1973). *Bayesian inference in statistical analysis.* Canada: Addison-Wesley Publishing Company.

Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *The Econometric Society*, 987-1008.

Fayad, C., Fortich, R. y Vélez, I. (2009). Proyección de la tasa de cambio de Colombia bajo condiciones de PPA: evidencia empírica usando VAR. *Estudios Gerenciales Universidad ICESI*, 211-226.

Gujarati, D. y Porter, D. (2009). *Econometría* (5 ed.). México: Mc Graw Hill.

Henao, J. y Rivera, L. (2006). Modelado del índice de tipo de cambio real colombiano usando redes neuronales artificiales. *Cuadernos de administración*, 319-336.

Hernández, M. (2006). *Toma de decisiones en las empresas: entre el arte y la técnica: metodologías, modelos y herramientas.* Bogotá: UniAndes.

Hull, J. (2012). *Options, futures and other derivatives.* England: Pearson Education Limited.

Jackman, S. (2009). *Bayesian Analysis for the social sciences.* USA: Wiley.

Levin, R., & Rubin, D. (2004). *Estadística para administración y economía.* Mexico: 7.

Montenegro, R. (2010). Medición de la volatilidad en series de tiempo financieras, Una evaluación a la tasa de cambio representativa. *Finanzas y Políticas económicas Universidad Católica*, 125-132.

Obregón, I. (1975). *Teoría de la probabilidad.* California: Limusa.

Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series* (2 ed.). New York: John Wiley & Sons.

Tsay, R. (2005). *Analysis of Financial Time Series segunda edición.* New Jersey: Wiley-interscience.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of econometrics, 31(3), 307-327.

Taylor, S. (1986). Modeling Financial Time Series, New York: John Wiley & Sons.

Para citar este artículo:

Cartagena, E. y Rendón, J. (2017). Metodología para la estimación del drift de la tasa de cambio a través de modelos bayesianos. *En-Contexto*, *5*(7), 155-172.