Matemáticas para todos: la relación de igualdad y sus implicaciones en la solución de ecuaciones

Math for everyone: the relation of equality and its implications in equation solving

Leonardo Ceballos Urrego
Magíster en Educación; Especialista en Estadística y Licenciado en Matemáticas
lceballos@tdea.edu.co; lceu0457@gmail.com
Docente de planta del Tecnológico de Antioquia

Resumen
En la didáctica de las ciencias acostumbran los profesores a utilizar estrategias de enseñanza apoyadas en la memoria, la habilidad mental o física, la experiencia del docente, etc. Al recurrir a ellas, se ocultan los procesos lógicos y las técnicas adecuadas en las que se sustentan muchos de los resultados fundamentales de las ciencias básicas. Uno de los casos más frecuentes corresponde a la enseñanza de la solución de ecuaciones elementales, cuyo fundamento está en la comprensión de las propiedades de la relación de igualdad, y el cual se sustituye por un procedimiento nemotécnico de traslación de términos que, a la postre, no genera ningún aprendizaje en el educando, y en cambio sí se convierte en un obstáculo difícil de superar a la hora de comprender todos los procesos relacionados con las ecuaciones y sus innumerables aplicaciones. Con este ensayo se pretende reorientar el camino adecuado para el aprendizaje de los conceptos engendrados en las ciencias básicas, particularmente con el tema expuesto.
Palabras clave: ecuaciones, igualdades, ley uniforme, métodos, soluciones,

Abstract
In the didactics of science, teachers are used to follow teaching strategies supported in memory, physical and mental ability, or the teacher's experience, etc. In recurring to it, logical processes and appropriate solving techniques supporting many of the essential results in the basic sciences remain hidden. One of the most common cases is the teaching of the solution to elemental equations which base is in the understanding of the equality relation, which is replaced by a mnemonic procedure of the term's transfer that doesn't generate any learning in the student but produces a hard to overcome obstacle when it comes to understand all the processes related with the equation and its many applications. The aim of this essay is to redirect the concepts produced in the basic sciences, particularity in the exposed topic.
Keywords: equations, equalities, uniform law, methods, solutions.

Recibido: 11 de junio 2011
Aprobado: 26 de octubre 2011

Introducción

Uno de los mayores obstáculos, aunque por supuesto no el único, para que la gente aprenda matemáticas básicas es la falta de comprensión y manejo de la relación de igualdad y de sus propiedades, a pesar de que desde los primeros años de la primaria la diferenciamos y permanentemente nos repiten el nombre de su principal característica: "La ley uniforme de la relación de igualdad". Con humildad, los docentes de matemáticas tenemos que aceptar que contribuimos significativamente a tal ignorancia, ya que en muchas ocasiones carecemos de la claridad conceptual y de los recursos pedagógicos necesarios para el cabal manejo de los conceptos que con frecuencia enseñamos. Con el ánimo de acercarlos al entendimiento de los procesos y propiedades que sustentan la solución de una ecuación, y de mostrarles que no hay nada especial que alguien no pueda entender, se presenta el presente ensayo.

Desarrollo

Cuando nos piden resolver una ecuación, como por ejemplo 2x-1=5, aquellos que estén familiarizados con las matemáticas seguramente dirán que basta con pasar el 1 a sumar (2x=5+1; 2x=6) y luego pasar a dividir por 2, (x=6/2) con lo que se llega al resultado x=3, el cual corresponde, efectivamente, a la solución de la ecuación. Realmente no parece que haya nada raro en el proceso y de hecho es la forma como, seguramente, a todos nos enseñaron: "Lo que está restando pasa a sumar", "lo que está multiplicando pasa a dividir", etc.

Si bien, efectivamente el procedimiento empleado conduce a la respuesta correcta, de manera rápida y cómoda, el ejercicio de la docencia nos lleva a descubrir que muchos métodos, supuestamente pedagógicos, funcionan para obtener resultados, pero su aplicación mecánica elimina u oculta elementos y procesos fundamentales para el aprendizaje de los conceptos, convirtiéndose así en el principal obstáculo para el entendimiento y la utilización adecuada de los mismos. El caso de la relación de igualdad y su conjunto de propiedades, dentro de las cuales está la ley uniforme, son un buen ejemplo de cómo los procesos nemotécnicos y mecanicistas nos impiden, desde temprana edad, *aprender* conceptos sencillos y aplicables, como la solución de ecuaciones y la demostración de identidades matemáticas.

La relación de igualdad involucra tres conceptos básicos, a saber: igualdades, ecuaciones e identidades. *Una igualdad* es una proposición de la forma a=b, de la que, según los valores numéricos que adopten a y b, se podrá afirmar si es verdadera o falsa. *Una ecuación* es una igualdad que contiene términos desconocidos, a los que se denomina variables, por ejemplo: 2x-1=5. El objetivo de las ecuaciones es hallar los valores de las variables, dentro de un conjunto numérico, que hacen que la igualdad sea una proposición verdadera; en este caso solo el valor x=3 hace que 2x-1=5, se convierta en una proposición cierta. Por otro lado, *una identidad* es una igualdad que se cumple para cualquiera de los valores que se les den a las variables que contiene; por ejemplo, en álgebra, todos los llamados "productos notables" corresponden a identidades. Así, por ejemplo, en $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ la igualdad siempre será una proposición verdadera cuando se le asignen valores a a y b, respectivamente. Para los más "viejitos", las únicas identidades que conocíamos eran las identidades trigonométricas, pues pocas veces se nos ocurrió pensar que algunos de los métodos de factorización y varias de las fórmulas que se aplican en ciencias como la física, la química, la biología, etc. correspondían a identidades o ecuaciones; eso es algo de lo que no tenemos porqué avergonzarnos ya que muy probablemente nunca, o muy pocas veces, nos hicieron hincapié en tales diferencias conceptuales.

Pero volvamos al problema de la solución de ecuaciones. Empecemos por recordar qué dice la ley uniforme de la relación de igualdad y cómo se aplica en la solución de ecuaciones, con las otras propiedades de las operaciones suma y producto usuales (clausura, asociatividad, módulos, existencia de neutros y conmutatividad)

"Ley uniforme de la relación de igualdad: Dada una igualdad cualquiera, si a ambos lados de la igualdad se suma, resta, multiplica o divide por una misma cantidad, la igualdad no se altera." (Camus-Massara; 1995)

(Debe tenerse en cuenta que la división por 0 no existe o no se define.)

Una primera aclaración tiene que ver con, lo que se ha remarcado al final de la ley, que en mi opinión debería sustituirse por: *el resultado continúa siendo una igualdad;* ya que se presenta una sutileza semántica que puede traer confusión a quienes traten de entender la propiedad, ya que, por ejemplo, si a 3=2+1 le sumamos 4 a ambos lados, el resultado será 3+4= 2+1+ 4, que aunque implique que 3=3, y 7=7, no representan la misma igualdad, porque 3 es distinto de 7, pero sigue existiendo igualdad, que es, en última instancia, lo que pretende enfatizar la ley (no solo para la suma sino para todas las demás operaciones en las que la propiedad se aplica).

En segundo lugar, la potencia de la ley uniforme radica en su eficiencia para solucionar cualquiera de los tipos de ecuaciones que se puedan presentar. Retomemos el ejemplo inicial y veamos cómo con las otras propiedades de las operaciones básicas en los conjuntos numéricos (clausura, asociatividad, módulos, existencia de neutros y conmutatividad) se llega, no solo a la solución de la ecuación, sino además a entender porqué se pasa a restar, a dividir, a multiplicar, a sumar, etc. al otro lado de la ecuación: Ecuación original: 2x-1=5; sumando a ambos lados 1 (Ley uniforme), queda:

(2x-1)+1=5+1; que se transforma por asociatividad en 2x+ (-1+1)= 6; y por existencia del inverso aditivo, en: 2x+0=6; ahora, por ser el 0 el módulo de la suma, se resume en:

2x=6; finalmente, si se divide a ambos lados por 2 (que es lo mismo que multiplicar a ambos lados por 1/2); entonces queda: (2x/2)=(6/2); que simplificando se transforma en x=3.

Conclusiones

En este punto es de esperar que se piense como la mayoría de los estudiantes: ¡¡que cosa tan enredada, pero si es más fácil como lo hizo antes, es decir pase a sumar el 1 y luego a dividir el 2 y listo!!. Justamente es lo que se pretende resaltar: En *la enseñanza de conceptos básicos* la aplicación de métodos memorísticos o mecánicos conlleva, usualmente, *a la pérdida de los elementos sustanciales* para la comprensión de dichos conceptos, por lo que no resultan recomendables para ser usados por los docentes. En cambio, cuando se tiene claridad en los procesos, la aplicación sistemática de los mismos y el ejercicio continuo, se llegará indefectiblemente, no solo a comprender realmente los conceptos, sino incluso, y como resultado de la habilidad que se adquiere, a utilizar estrategias nemotécnicas y a mecanizar los procedimientos, con la diferencia de saberse qué es lo que se está haciendo.

Referencias

Buriticá T., B. (2010). Álgebra y trigonometría. Medellín: Ed. Cátedra Litografía

Camus-Massara, (1995). *Matematica*. Buenos Aires

Díez, L. H. (1988). *Matemáticas operativas.* Medellín: Tipográficas Vane.

Jiménez, B. (1963). *Aritmética.* Medellín: Bedout.

Reunión de Profesores. (1954). *Aritmética*. Medellín: Bedout.

Spitbard & Bardel. (1976). Álgebra y trigonometría. EE.UU.: Limusa.